УДК 519.624

К.Ж.Назарова

Международный казахско-турецкий университет им. Х.А.Ясави, Туркестан
(E-mail: gjnazarova@mail.ru)

Об одном варианте нахождения решений уравнения Гинзбурга-Ландау

В статье приведены результаты численного анализа нелинейной двухточечной краевой задачи для уравнения Гинзбурга-Ландау, полученные модифицированным методом параметризации. Даны изолированные решения рассматриваемой задачи, которая описывает стационарные состояния сверхпроводящей бесконечной пластины конечной толщины, помещенной в магнитное поле.

Ключевые слова: нелинейная двухточечная краевая задача, метод параметризации, существование изолированного решения.

Макроскопическая теория сверхпроводимости Гинзбурга-Ландау [1] широко применяется для описания состояний сверхпроводников в магнитном поле [2–4]. Одной из нелинейных краевых задач для уравнения Гинзбурга-Ландау является

$$\frac{d^2z}{dt^2}=\chi^2(z^2-1)z+f(t),\ t\in[0,5], \tag{1}$$

$$\dot z(0)=\dot z(5)=0, \tag{2}$$

где все величины вещественные; χ — положительный параметр (χ — безразмерный параметр теории Гинзбурга-Ландау, характеризующий материал сверхпроводника и меняющийся в широком диапазоне); $f(t)$ — непрерывная на $[0,5]$ функция и $\max\limits_{t\in[0,5]}|f(t)|<\dfrac{\chi^2}{9}$.

Вопросы разрешимости и построения приближенного решения задачи (1), (2) исследованы различными методами в работах многих авторов. Применение различных подходов и методов приводит к результатам, сформулированным в различных терминах. В настоящей статье двухточечная краевая задача для систем обыкновенных дифференциальных уравнений исследуется и решается модифицированным методом параметризации [5], где дополнительные параметры вводятся как значения решения в серединах интервалов разбиения отрезка [0, *T*]. Модифицированный метод параметризации и условия сходимости его алгоритмов устанавливают новые признаки разрешимости нелинейных двухточечных краевых задач.

Возьмем некоторое число $K\ge 1$ и с помощью замены $z(t)=x_1(t)+x_2(t),\dot z(t)=K[x_1(t)-x_2(t)]$ перейдем к системе двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dx_1}{dt}=\frac{K}{2}[x_1-x_2]+\frac{\chi^2}{2K}[(x_1+x_2)^3-(x_1+x_2)]+\frac{1}{2K}f(t);$$

$$\frac{dx_2}{dt}=\frac{K}{2}[x_1-x_2]-\frac{\chi^2}{2K}[(x_1+x_2)^3-(x_1+x_2)]-\frac{1}{2K}f(t);$$

$$x_1(0)-x_2(0)=0,\qquad x_1(T)-x_2(T)=0.$$

Далее возьмем $2h>0:2Nh=T$, и отрезок $[0,5]$ делим на N равных частей. Обозначив через $\lambda_{r,i}$ значение функции $x_i(t)$ при $t=\left[(2r-1)h,r=\overline{1,N}\right]$ и, на каждом интервале $[2(r-1)h,2rh)$ произведя замену $u_{r,i}(t)=x_i(t)-\lambda_{r,i}$, получим многоточечную краевую задачу с параметрами

$$\frac{du_{r,1}}{dt}=\frac{K}{2}[u_{r,1}-u_{r,2}]+\frac{K}{2}[\lambda_{r,1}-\lambda_{r,2}]+\frac{\chi^2}{2K}[(u_{r,1}+u_{r,2}+\lambda_{r,1}+\lambda_{r,2})^3-(u_{r,1}+$$

$$+u_{r,2}+\lambda_{r,1}+\lambda_{r,2})]+\frac{1}{2K}f(t),\ u_{r,1}[(2r-1)h]=0,\ t\in[2(r-1)h,2rh),\ r=\overline{1,N}; \tag{3}$$

$$\frac{du_{r,2}}{dt}=\frac{K}{2}[u_{r,1}-u_{r,2}]+\frac{K}{2}[\lambda_{r,1}-\lambda_{r,2}]-\frac{\chi^2}{2K}[(u_{r,1}+u_{r,2}+\lambda_{r,1}+\lambda_{r,2})^3-(u_{r,1}+$$

$$+u_{r,2}+\lambda_{r,1}+\lambda_{r,2})]-\frac{1}{2K}f(t),\ u_{r,2}[(2r-1)h]=0,\ t\in[2(r-1)h,2rh),\ r=\overline{1,N}; \tag{4}$$

$$\lambda_{1,1}+u_{1,1}(0)-\lambda_{1,2}-u_{1,2}(0)=0; \tag{5}$$

$$\lambda_{N,1}+\lim_{t\to 5-0}u_{N,1}(t)-\lambda_{N,2}-\lim_{t\to 5-0}u_{N,2}(t)=0; \tag{6}$$

$$\lambda_{s,i}+\lim_{t\to 2sh-0}u_{s,i}(t)=\lambda_{s+1,i}+u_{s+1,i}(2sh),\ s=\overline{1,N-1},\ i=1,2, \tag{7}$$

где последние $2N-2$ уравнений являются условиями склеивания решений во внутренних точках разбиения интервала $[0,5)$. Для определения систем пар $(\lambda_r=(\lambda_{r,1},\lambda_{r,2})'$, $u_r(t)=(u_{r,1}(t),u_{t,2}(t))'),\ r=\overline{1,N},$ имеем систему уравнений относительно параметра $\lambda\in R^{2N}$, которую запишем в виде

$$Q_{1,2h}(\lambda,u)=0,\ \lambda\in R^{2N}, \tag{8}$$

и систему интегральных уравнений Вольтерра второго рода

$$u_{r,1}(t)=\frac{K}{2}\int\limits_{(2r-1)h}^{t}[u_{r,1}(\tau)-u_{r,2}(\tau)]d\tau+\frac{K}{2}[\lambda_{r,1}-\lambda_{r,2}](t-(2r-1)h)+$$

$$+\frac{\chi^2}{2K}\int\limits_{(2r-1)h}^{t}[(u_{r,1}(\tau)+u_{r,2}(\tau)+\lambda_{r,1}+\lambda_{r,2})^3-(u_{r,1}(\tau)+u_{r,2}(\tau)+\lambda_{r,1}+\lambda_{r,2})]d\tau+$$

$$+\frac{1}{2K}\int\limits_{(2r-1)h}^{t}f(\tau)d\tau,\ t\in[2(r-1)h,2rh),\ r=\overline{1,N};$$

$$u_{r,2}(t)=\frac{K}{2}\int\limits_{(2r-1)h}^{t}[u_{r,1}(\tau)-u_{r,2}(\tau)]d\tau+\frac{K}{2}[\lambda_{r,1}-\lambda_{r,2}](t-(2r-1)h)-$$

$$-\frac{\chi^2}{2K}\int\limits_{(2r-1)h}^{t}[(u_{r,1}(\tau)+u_{r,2}(\tau)+\lambda_{r,1}+\lambda_{r,2})^3-(u_{r,1}(\tau)+u_{r,2}(\tau)+\lambda_{r,1}+\lambda_{r,2})]d\tau-$$

$$-\frac{1}{2K}\int\limits_{(2r-1)h}^{t}f(\tau)d\tau;\ t\in[2(r-1)h,2rh),\ r=\overline{1,N}.$$

Применение модифицированного метода параметризации к исследованию нелинейных краевых задач начинается с выбора начального приближения по параметру $\lambda^{(0)}$. Как было сказано выше, область принадлежности решения рассматриваемой краевой задачи или компоненты параметра $\lambda^{(0)}$ определим из следующей системы уравнений: $Q_{\nu,2h}(\lambda,0)=0,\ \lambda\in R^{nN}$, при некоторых $h>0:2Nh=T,\ \nu\in N$, основываясь на начальных условиях $u_r[(2r-1)h]=0,\ r=\overline{1,N}$. Для нахождения центра этого шара — кусочно-непрерывно дифференцируемой функции $x^{(0)}(t)$ используем систему нелинейных уравнений $Q_{\nu,2h}(\lambda,0)=0$. Предполагая $f(t)=0$, получаем систему $\tilde{Q}_{1,2h}(\lambda,0)=0$, решением которой является система векторов $\lambda_r^{(0)}$ с координатами $\lambda_{r,1}^{(0)}=\lambda_{r,2}^{(0)}=\pm\frac{1}{2}$. В качестве начального приближения по параметру $\lambda^{(0)}\in R^{2N}$ возьмем вектор с одинаковыми координатами $\lambda_{r,1}^{(0)}=\lambda_{r,2}^{(0)}=\frac{1}{2}$. Решая задачу Коши при $\lambda_{r,1}=\lambda_{r,1}^{(0)}=\frac{1}{2},\ \lambda_{r,2}=\lambda_{r,2}^{(0)}=\frac{1}{2}$ на интервале $[2(r-1)h,2rh)$, найдем функции $u_{r,1}^{(0)}(t),\ u_{r,2}^{(0)}(t),\ r=\overline{1,N}$. Причем для этих функций справедливы неравенства

$$|u_{r,i}^{(0)}(t)|\le\frac{K}{2}|\int\limits_{(2r-1)h}^{t}(|u_{r,1}^{(0)}(\tau)|+|u_{r,2}^{(0)}(\tau)|)d\tau|+\frac{\chi^2}{2K}|\int\limits_{(2r-1)h}^{t}[(|u_{r,1}^{(0)}(\tau)|+$$

$$+|u_{r,2}^{(0)}(\tau)|)^3+3(|u_{r,1}^{(0)}(\tau)|+|u_{r,2}^{(0)}(\tau)|)^2+2(|u_{r,1}^{(0)}(\tau)|+|u_{r,2}^{(0)}(\tau)|)]d\tau|+$$

$$+\frac{1}{2K}|\int\limits_{(2r-1)h}^{t}|f(\tau)|d\tau|,\ i=1,2,\ t\in[2(r-1)h,2rh),\ r=\overline{1,N}. \tag{9}$$

Складывая соответствующие левые и правые части неравенств (9) при $i=1,2$ и обозначив через $\beta_r^{(0)}$ значение $\sup\limits_{t\in[2(r-1)h,2rh)}(|u_{r,1}^{(0)}(\tau)|+|u_{r,2}^{(0)}(\tau)|)$, имеем

$$\beta_r^{(0)}\le Kh\beta_r^{(0)}+\frac{\chi^2 h}{2K}[(\beta_r^{(0)})^3+3(\beta_r^{(0)})^2+2(\beta_r^{(0)})]+\frac{1}{K}\sup_{t\in[2(r-1)h,2rh)}|f(t)|\,h.$$

Из этого неравенства видно, что при достаточно малых $h>0:2Nh=T$ величина $\beta_r^{(0)}$ будет порядка малости O(h). Предположим, что $h>0$ выбрано таким образом, что $\beta_r^{(0)}\le 0.01.$ Тогда

$$\beta_r^{(0)}\le 0.01Kh+\frac{\chi^2 h}{K}[(0.01)^3+3(0.01)^2+2\cdot 0.01]+\frac{h}{3K}=h(0.01K+$$

$$+0.020301\frac{\chi^2}{K}+\frac{1}{3K})=\frac{1}{3K}(0.03K^2+0.060903\chi^2+1)h,$$

и при выборе $h>0:2Nh=T,$ удовлетворяющего неравенству

$$\frac{1}{3K}(0.03K^2+0.060903\chi^2+1)h\le 0.01,$$

мы получим оценку $\beta_r^{(0)}\le 0.01.$ Правой частью системы двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений является

$$f_1(t,x_1,x_2)=\frac{K}{2}[x_1(t)-x_2(t)]+\frac{\chi^2}{2K}[(x_1(t)+x_2(t))^3-(x_1(t)+x_2(t))]+\frac{1}{2K}f(t);$$

$$f_2(t,x_1,x_2)=\frac{K}{2}[x_1(t)-x_2(t)]-\frac{\chi^2}{2K}[(x_1(t)+x_2(t))^3-(x_1(t)+x_2(t))]-\frac{1}{2K}f(t),$$

и функции краевых условий имеют вид

$$g_1(v_1,v_2,w_1,w_2)=v_1-w_1,\quad g_2(v_1,v_2,w_1,w_2)=v_2-w_2.$$

Функции f_i,g_i $(i=1,2)$ соответственно в

$$G_1^0(e^{Kh}-1,\rho)=\{(t,x_1,x_2):t\in[0,5],|x_1-\lambda_{1,1}^{(0)}-u_{1,1}^{(0)}|<e^{Kh}\rho,t\in[0,2h);$$

$$|x_1-\lambda_{2,1}^{(0)}-u_{2,1}^{(0)}|<e^{Kh}\rho,t\in[2h,4h),\ldots,|x_1-\lambda_{N,1}^{(0)}-u_{N,1}^{(0)}|<e^{Kh}\rho;$$

$$t\in[2(N-1)h,2Nh),|x_1-\lambda_{N,1}^{(0)}-u_{N,1}^{(0)}|<e^{Kh}\rho,t=N,\ |x_2-\lambda_{1,2}^{(0)}-u_{1,2}^{(0)}|<e^{Kh}\rho;$$

$$t\in[0,2h),|x_2-\lambda_{2,2}^{(0)}-u_{2,2}^{(0)}|<e^{Kh}\rho,t\in[2h,4h),\ldots,|x_2-\lambda_{N,2}^{(0)}-u_{N,2}^{(0)}|<e^{Kh}\rho;$$

$$t\in[2(N-1)h,2Nh),|x_2-\lambda_{N,2}^{(0)}-u_{N,2}^{(0)}|<e^{Kh}\rho,t=N\},$$

R^4 имеют равномерно непрерывные частные производные:

$$f_{1,x_1}(t,x_1,x_2)=\frac{K}{2}+\frac{\chi^2}{2K}[3(x_1+x_2)^2-1];$$

$$f_{1,x_2}(t,x_1,x_2)=-\frac{K}{2}+\frac{\chi^2}{2K}[3(x_1+x_2)^2-1];$$

$$f_{2,x_1}(t,x_1,x_2)=\frac{K}{2}-\frac{\chi^2}{2K}[3(x_1+x_2)^2-1];$$

$$f_{2,x_2}(t,x_1,x_2)=-\frac{K}{2}-\frac{\chi^2}{2K}[3(x_1+x_2)^2-1];$$

$$g_{1,v_1}=1,\ g_{1,v_2}=0,\ g_{1,w_1}=-1;$$

$$g_{1,w_2}=0,\ g_{2,v_1}=0,\ g_{2,v_2}=1,\ g_{2,w_1}=0,\ g_{2,w_2}=-1.$$

Учитывая, что при выборе $K,$ удовлетворяющего неравенству $\frac{\chi^2}{K}\left[3(x_1+x_2)^2-1\right]\le K,$

справедливы равенства

$$\left|\frac{K}{2}+\frac{\chi^2}{2K}\left[3(x_1+x_2)^2-1\right]\right|-\left|\frac{K}{2}-\frac{\chi^2}{2K}\left[3(x_1+x_2)^2-1\right]\right|==\frac{\chi^2}{K}\left[3(x_1+x_2)^2-1\right],\ \left|\frac{K}{2}+\frac{\chi^2}{2K}\left[3(x_1+x_2)^2-1\right]\right|-$$

$$-\left|\frac{K}{2}-\frac{\chi^2}{2K}\left[3(x_1+x_2)^2-1\right]\right|=\frac{\chi^2}{K}\left[3(x_1+x_2)^2-1\right],$$

и взяв $\rho=\frac{1}{8}$, $K=3\chi$, получим, что для любых $(t,x_1,x_2)\in G_1^0(e^{Kh}-1,\rho)$ норма матрицы Якоби

$$f_x^{'}(t,x)=\begin{pmatrix} f_{1,x_1}(t,x_1,x_2) & f_{1,x_2}(t,x_1,x_2) \\ f_{2,x_1}(t,x_1,x_2) & f_{2,x_2}(t,x_1,x_2) \end{pmatrix}$$

не больше числа 3χ, т.е. $Pf_x^{'}(t,x)P\le 3\chi$. Причем неравенства $e^{3\chi|t-(2r-1)h|}-1\le e^{3\chi h}-1$ справедливы для всех $t\in[2(r-1)h,2rh)$, $r=\overline{1,N}$, т.е. $(\lambda_r^{(0)},u^{(0)}[t],e^{3\chi h}-1,\rho)\in U_0(f,g,3\chi,1,1,2h)$. Так как система уравнений (8) состоит из краевых условий и условий склеивания решения во внутренних точках разбиения, то матрица Якоби $\partial Q_{1,2h}(\lambda,u)/\partial\lambda$ имеет специальную блочно-ленточную структуру. Нетрудно установить, что при соблюдении неравенств

$$\left[3(u_{r,1}(t)+u_{r,2}(t)+\lambda_{r,1}+\lambda_{r,2})^2-1\right]\ge\frac{1}{2},\ t\in[2(r-1)h,2rh),\ r=\overline{1,N}, \tag{10}$$

матрица Якоби имеет обратную и для нее справедлива оценка

$$\left\|\left[\frac{\partial Q_{1,2h}(\lambda,u)}{\partial\lambda}\right]^{-1}\right\|\le\frac{3}{\chi h}. \tag{11}$$

Чтобы установить этот факт, в матрице Якоби $\partial Q_{1,2h}(\lambda,u)/\partial\lambda$ следует сделать перестановку строк и соответственно столбцов следующим образом: первой строкой поставим третью строку, второй — пятую, третьей — седьмую и т.д., $N-1$-ой — $2N-1$-ую строку, N-ой строкой поставим первую строку, $N+1$-ой — вторую, $N+2$-ой — четвертую, $N+3$-ей — шестую и т.д., последней $2N$-ой строкой будет N-ая строка матрицы, а также необходимо поменять соответствующие столбцы. В полученной матрице при выполнении неравенства (10) имеет место диагональное преобладание по строкам с константой $\theta=\frac{\chi h}{3}$. Поэтому эта матрица невырождена и для ее обратной справедлива оценка (11). Учитывая, что

$$\left[u_{r,1}(t)+u_{r,2}(t)+\lambda_{r,1}+\lambda_{r,2}\right]=[u_{r,1}(t)-u_{r,1}^{(0)}(t)+u_{r,2}(t)-u_{r,2}^{(0)}(t)+\lambda_{r,1}-$$
$$-\frac{1}{2}+\lambda_{r,2}-\frac{1}{2}+u_{r,1}^{(0)}(t)+u_{r,2}^{(0)}(t)+1],\ \left|\lambda_{r,i}-\frac{1}{2}\right|<\frac{1}{8},\ i=1,2;$$
$$\left|u_{r,i}(t)-u_{r,i}^{(0)}(t)\right|<\left(e^{3\chi h}-1\right)\frac{1}{8},$$

когда $(\lambda,u[t])\in S\left(\lambda^{(0)},\frac{1}{8}\right)\times S\left(u^{(0)}[t],(e^{3\chi h}-1)\frac{1}{8}\right)$ и

$$|u_{r,1}(t)-u_{r,1}^{(0)}(t)+u_{r,2}(t)-u_{r,2}^{(0)}(t)+\lambda_{r,1}-\frac{1}{2}+\lambda_{r,2}-\frac{1}{2}+u_{r,1}^{(0)}(t)+u_{r,2}^{(0)}(t)|<$$
$$<2\left(e^{3\chi h}-1\right)\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\left|u_{r,1}^{(0)}(t)+u_{r,2}^{(0)}(t)\right|\le\frac{1}{4}e^{3\chi h}+\beta_r^{(0)}\le\frac{1}{4}e^{3\chi h}+0.01\le 1-\frac{1}{\sqrt{2}},$$

получим

$$\left[u_{r,1}(t)+u_{r,2}(t)+\lambda_{r,1}+\lambda_{r,2}\right]=1+(u_{r,1}(t)-u_{r,1}^{(0)}(t)+u_{r,2}(t)-u_{r,2}^{(0)}(t)+\lambda_{r,1}-\frac{1}{2}+$$
$$+\lambda_{r,2}-\frac{1}{2}+u_{r,1}^{(0)}(t)+u_{r,2}^{(0)}(t))\ge 1-|(u_{r,1}(t)-u_{r,1}^{(0)}(t))+(u_{r,2}(t)-u_{r,2}^{(0)}(t))+(\lambda_{r,1}-\frac{1}{2})+$$
$$+(\lambda_{r,2}-\frac{1}{2})+(u_{r,1}^{(0)}(t)+u_{r,2}^{(0)}(t))|\ge 1-(1-\frac{1}{\sqrt{2}}).$$

Тогда

$$\left[3(u_{r,1}(t)+u_{r,2}(t)+\lambda_{r,1}+\lambda_{r,2})^2-1\right]\geq 3\left(1-\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)^2-1\geq\frac{1}{2}.$$

Таким образом, если пара $(\lambda,u[t])\in S\left(\lambda^{(0)},\frac{1}{8}\right)\times S\left(u^{(0)}[t],(e^{3\chi h}-1)\frac{1}{8}\right)$, то имеет место неравенство (10), вследствие которого матрица Якоби $\partial Q_{1.2h}(\lambda^{(0)},u^{(0)})/\partial\lambda$ обратима и справедлива оценка (11). При проверке установлено, что неравенства (2), 3) теоремы 1[5; 64] справедливы для любых $\chi>0$ и выбранных $h>0$. Тогда, в частности, покажем для $\chi=3$ и $h=0.001(N=2500)$:

$$q_1(0.002)=\frac{3}{3\cdot 0.001}(2e^{3\cdot 3\cdot 0.001}-2\cdot 3\cdot 3\cdot 0.001-2)=0.08<1;$$

$$\frac{1}{1-0.08}\cdot\frac{3}{3\cdot h}PQ_{1,2h}(\lambda^{(0)},u^{(0)})P=1.087\cdot 0.0535=0.0581<\frac{1}{8}.$$

Если все условия теоремы 1 [5; 64] выполняются, то определяемая по алгоритму последовательность функций $x_i^{(k)}=\lambda_i^{(k)}+u_i^{(k)}(t),\ k=0,1,2,...,i=1,2,$ принадлежит множеству $S(x^{(0)}(t),[e^{0.009}-1]\cdot\frac{1}{8})$ и сходится к единственному решению в $S\left(x^{(0)}(t),[e^{0.009}-1]\cdot\frac{1}{8}\right)$ рассматриваемой краевой задачи. Для $\tilde{\lambda}^{(0)}=\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$, определив соответствующее ему $\tilde{u}^{(0)}[t]$-решение задачи Коши (3), (4) и в множестве $S\left(\tilde{\lambda}^{(0)},\frac{1}{8}\right)\times S\left(\tilde{u}^{(0)}[t],(e^{3\chi h}-1)\frac{1}{8}\right)$ проверив все условия теоремы 1 [5, 64], установим, что при $\chi=3$ существует изолированное решение краевой задачи (3)–(7), принадлежащей множеству

$$S\left(\tilde{\lambda}^{(0)},\frac{1}{8}\right)\times S\left(\tilde{u}^{(0)}[t],(e^{0.009}-1)\frac{1}{8}\right).$$

Таким образом, исходная краевая задача имеет два изолированных решения в

$$S\left(x^{(0)},(e^{0.009}-1)\cdot\frac{1}{8}\right),\ S\left(\tilde{x}^{(0)},(e^{0.009}-1)\cdot\frac{1}{8}\right).$$

Список литературы

1 *Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д.* К теории сверхпроводимости // Журн. экспериментальной и теоретической физики. — 1950. — Т. 20. — Вып. 12. — С. 1064–1082.

2 *Жарков Г.Ф.* О зарождении сверхпроводимости и гистерезисе в цилиндрическом сверхпроводнике I рода // Журн. эксперим. и теоретич. физ. — 2002. — Т. 122. — Вып. 3 (9). — С. 600–609.

3 *Zharkov G.F.* First and second order phase transitions andmagnetic hysteresis in a superconducting plate // J. Low Temp.Phys. — 2003. — Vol. 130. — No. 1/2. — P. 45–67.

4 *Жарков Г.Ф.* Сверхпроводящие состояния и магнитный гистерезис в сверхпроводниках конечного размера // Успехи физ. науки. — 2004. — Т. 174. — № 9. — С. 1012–1017.

5 *Джумабаев Д.С., Назарова К.Ж.* Об одном варианте метода параметризации для нелинейной двухточечной краевой задачи // Матем. журн. — 2006. — Т. 6. — № 2. — С. 60–67.

К.Ж.Назарова

Гинзбург-Ландау теңдеуінің шешімін табудың бір нұсқасы туралы

Мақалада модификацияланған параметрлеу әдісі арқылы Гинзбург-Ландау теңдеуі үшін бейсызық екі нүктелі шеттік есеп шешімінің сандық талдау нәтижелері алынған. Есептің оқшауланған шешімдері берілген. Бұл есеп магниттік өрісте орналастырылған қалыңдығы ақырлы шексіз пластинаның қалыпты күйін сипаттайды.

K.Zh.Nazarova

About a variant of the finding of the solution equation by Ginsburg-Landow

In article numerical analysis nonlinear of two-point boundary-value problem for the equation of Ginsburg-Landow is given by modified parametrization's method. Isolated solutions of the problems in question are received. The problem describes the stationary positions of the superconducting endless plate of final depth, which are placed in the magnetic field.

References

1 Ginsburg V.L., Landow L.D. *J. experim. and theor. phys*., 1950, 20, 12, p. 1064–1082.
2 Zharkov G.F. *J. experim. and theor. phys*., 2002, 122, 3 (9), p. 600–609.
3 Zharkov G.F. *J. Low Temp.Phys.*, 2003, 130, ½, p. 45–67.
4 Zharkov G.F. *Successes of the physical sciences*, 2004, 174, 9, p. 1012–1017.
5 Dzhumabaev D.S., Nazarova K.Zh. *Mathematical journal*, 2006, 6, 2, p. 60–67.